**2023年度国家自然科学基金“量子计算的数学基础理论”专项项目申请指南**

　　由于和经典计算机相比具有潜在的多项式级甚至指数级的计算优势，量子计算正在成为引领未来技术革命的最重要的技术之一。因此量子计算的发展，将大大增强国力，为中国成为科技强国提供必不可少的技术支撑。

　　自从Shor提出的快速分解大整数的量子算法以来，量子信息安全和通信领域正飞速发展。然而由于量子计算根据量子力学原理设计，因此局限于从量子态经过量子门（酉矩阵）到量子态的计算，如何构造求解经典科学与工程问题和机器学习的量子算法面临极大的挑战。另外量子算法的数学理论，包括量子复杂度的研究仍处于萌芽状态，对其深入的研究对探究量子计算的基本原理、判断一个计算问题是否存在有效算法、开拓新的应用领域和发展新的量子算法，具有重大意义。为此，国家自然科学基金设立“量子计算的数学基础理论”专项项目，支持该领域研究。

**一、科学目标**

　　本专项项目旨在围绕微分方程的量子算法，量子随机优化的模型、算法与理论，代数方程的量子算法与理论，量子复杂度的几何拓扑理论，量子计算与量子安全中的表示论，以及薛定谔方程及离散流等方向，组建若干科研团队进行探索，以期取得重大科研成果。

**二、研究方向**

　　本专项项目拟资助以下研究方向：

　　（一）微分方程的量子算法。

　　构造求解一般确定、带不确定性和随机的线性常微和偏微分方程及相应的边值和界面问题的具有量子优势的量子模拟方法。构造这些问题的既适合连续变量也适用于量子比特框架的、适用于近期可望实现的模拟量子计算机运算的量子算法并建立相关数学理论。寻求具有重要科学和工程应用背景的非线性常微和偏微分方程的在高维空间的等价的线性表示，并在其基础上构造具有量子优势的量子模拟方法。探索这些算法中量子纠缠与量子非高斯门对量子优势的影响，算法在近期和远期物理平台实现的数学理论基础，从而获得两者的最佳结合。研究流体力学、动理学方程和分子动力学的具有量子优势的量子算法并建立相关的数学理论。和实验团队合作实现上述部分模拟量子算法。

　　（二）量子随机优化的模型、算法与理论。

　　构造普适的量子游走和绝热量子计算模型，分析其动力学演化规律及在搜索和采样算法设计上的量子优势与局限。基于上述模型研究新的量子随机优化数学理论，以期在图同构、连通性、图聚类、图扩张等图的性质检测问题及哈密顿圈、旅行商等经典运筹优化问题上，设计出更能体现量子优势的量子算法。研究量子叠加/相干/纠缠/关联等量子资源在上述量子算法中的特征和应用，揭示和量化量子叠加作为量子计算的本质要素。

　　（三）代数方程的量子算法与理论。

　　针对矩阵和多项式计算问题，从访问和通信复杂度角度出发，设计高效量子算法和高效量子通信方案，建立相关数学理论，并体现出量子优势。发展（非）交换多项式优化和访问复杂度估计的数学理论，应用于量子算法设计。研究量子非局域游戏、量子同态加密、量子私密信息提取等问题的量子提速算法及其代数学基础。

　　（四）量子复杂度的几何拓扑理论。

　　研究Nielsen几何框架中满足复杂性条件的黎曼度量的存在性；找到最佳逼近的复杂性度量并研究其几何性质；将 Nielsen 的几何框架引入拓扑量子计算；研究量子不变量的量子复杂度；研究量子不变量复杂度与经典拓扑复杂度的关系。给出量子场论（或共形场论）中量子复杂度的恰当数学定义；在有严格定义的全息对偶模型（例如 CS/WZW 对偶）中研究全息复杂度；研究一些简单的时空模型（例如 SYK 模型），并在其上研究时空几何与量子复杂度。研究Chern-Simons理论的几何量子化，并研究其算子空间的量子复杂度；研究 Mahler 测度的几何量子化，并将其与量子复杂度建立联系。在几何复杂度理论的框架下研究量子复杂度；研究计算行列式复杂度的量子算法并研究该算法的量子复杂度。

　　（五）量子计算与量子安全中的表示论。

　　建立非交换量子傅立叶变换相关数学理论，设计量子算法协助完成李群不可约酉表示的分类，体现出量子计算超级运算优势。利用代数群的Chevalley基与量子群Lusztig标准基，寻求判断格同构的新方法。运用一般线性群的表示论与基本域上的自守形式理论，研究格空间的广义函数分布，找出具特殊结构的代数格，确定相应格密码抗量子攻击的安全性。

　　（六）薛定谔方程及离散流。

　　研究薛定谔方程、波动方程、Dirac方程与输运方程之间的内在联系，建立薛定谔方程解的色散效应与相应的输运方程解的矩估计的关联性。研究带位势薛定谔算子的谱理论及色散估计，进而研究带位势薛定谔方程在能量空间中的整体适定性与散射理论。研究离散情形线性、非线性薛定谔方程的演化行为，在离散曲率流背景下建立薛定谔方程的量化估计理论，探索曲率流下薛定谔方程的演化规律。研究Heisenberg不确定性原理，建立带位势薛定谔算子对应的Hardy型与Morgan型不确定性原理。

**三、预期成果**

　　构造偏微分方程的量子模拟算法，提出对矩阵和多项式的新量子算法，实现多项式乃至指数级加速，完成相关算法的软件。发展新的量子随机优化数学理论，建立非交换量子傅立叶变换的相关数学理论，建立曲率流下薛定谔方程的演化规律与不确定性原理，解决满足复杂性条件的黎曼度量的存在性问题，解决相关的低维拓扑问题，在某些P/NP 问题上取得重大进展。

**四、资助计划**

　　2023年拟资助不超过6项，平均资助强度为250万元/项左右。申请书中的研究期限应填写为：**2024年1月1日至2028年12月31日**。

**五、申请要求及注意事项**

　　（一）申请条件。

　　本专项项目申请人应当具备以下条件：

　　1.具有承担基础研究课题的经历；

　　2.具有高级专业技术职务（职称）。

　　在站博士后研究人员、正在攻读研究生学位以及无工作单位或者所在单位不是依托单位的人员不得作为申请人进行申请。

　　（二）限项申请规定。

　　1.本专项项目计入高级专业技术职务（职称）人员申请和承担总数2项的范围；

　　2.本专项项目申请人和参与者只能申请或参与申请上述六个研究内容之一的项目；

　　3.申请人同年只能申请1项本专项项目。

　　（三）申请注意事项。

　　1.本群专项项目采用无纸化申请，申请接收时间为2023年10月14日－2023年10月20日16时。请申请人2023年10月13日后登录科学基金网络信息系统https://grants.nsfc.gov.cn/（没有系统账号的申请人请向依托单位基金管理联系人申请开户）撰写申请书。项目合作研究单位数量不得超过2个。

　　2.申请人在填报申请书前，应当认真阅读本项目指南和《2023年度国家自然科学基金项目指南》中申请须知的相关内容，不符合项目指南相关要求的申请项目将不予受理。

　　3.申请人应根据项目指南公布的资助研究方向和拟解决的核心科学问题，自行拟定项目名称、科学目标（若可能，包括具体考核指标）、研究内容、关键科学问题、技术路线等。

　　申请书资助项目类别选择“专项项目”，亚类说明选择“研究项目”，附注说明填写“科学部综合研究项目”。所有项目申请代码1均应选择数学学科申请代码。要求在正文的最前面标明所选研究方向的序号及标题。以上选择不准确或未选择的项目申请将不予受理。

　　4.申请人应根据《国家自然科学基金资助项目资金管理办法》的有关规定，以及《国家自然科学基金项目资金预算表编制说明》的具体要求，按照“目标相关性、政策相符性、经济合理性”的基本原则，认真编制《国家自然科学基金项目资金预算表》。

　　5.申请人完成申请书撰写后，在线提交电子申请书及附件材料。申请材料中所需的附件材料（有关证明材料、审批文件和其他特别说明要求提交的纸质材料原件），全部以电子扫描件上传。

　　6.依托单位应对本单位申请人所提交申请材料的真实性、完整性和合规性进行审核；对申请人申报预算的目标相关性、政策相符性和经济合理性进行审核。具体要求如下：

　　（1）本专项项目采用无纸化申请方式，依托单位只需在线确认并及时提交电子申请书及附件材料，无需报送纸质申请书。项目获批准后，将申请书的纸质签字盖章页装订在《资助项目计划书》最后，与之一并提交。签字盖章的信息应与信息系统中的电子申请书保持一致。

　　（2）依托单位完成电子申请书及附件材料的逐项确认后，应于申请材料提交截止时间前通过科学基金网络信息系统上传本单位科研诚信承诺书的电子扫描件（请在信息系统中下载模板，打印填写后由法定代表人签字、依托单位加盖公章；若当年已上传本单位科研诚信承诺书的电子扫描件，则不用再重新提交），无需提供纸质材料；须在项目申请截止时间后24小时内在线提交项目申请清单。

**六、联系方式**

　　1.填报过程中遇到的技术问题，可联系国家自然科学基金委员会信息中心协助解决，联系电话：010-62317474。

　　2.其他问题可咨询国家自然科学基金委员会数学物理科学部数学科学处：

　　联系人：赵桂萍

　　电　话：（010）62327191

　　邮　箱：zhaogp@nsfc.gov.cn